

UNIDADE V

5.1 TÍTULO : CONSERVAÇÃO DE ENERGIA

5.2 OBJETIVO

Usando o disco de Maxwell, determinar das funções espaço-tempo e velocidade-tempo, e através destas obter o momento de inércia ao redor de seu eixo de rotação. Verificar a conservação de energia mecânica do sistema.

5.3 TEORIA

A energia total E do disco de Maxwell, de massa m e o momento de inércia I_z ao redor do seu eixo de rotação, é composto de energia potencial gravitacional E_P , energia de translação E_T e energia de rotação E_R :

$$E = m\vec{g}\cdot\vec{s} + \frac{m}{2}\vec{v}^2 + \frac{I_z}{2}\vec{\omega}^2$$

Aqui, $\vec{\omega}$ indica a velocidade angular, \vec{v} a velocidade translacional, \vec{g} a aceleração da gravidade e \vec{s} a altura.

Conforme a Fig.5.1, temos a relação

$$d\vec{s} = d\vec{\phi} \times \vec{r}$$

e

$$\vec{v} \equiv \frac{d\vec{s}}{dt} = \frac{d\vec{\phi}}{dt} \times \vec{r} \equiv \vec{\omega} \times \vec{r}$$

onde r é o raio do eixo. Relação entre o aumento no ângulo $d\phi$ e o decréscimo na altura $d\vec{s}$ no disco de Maxwell.

Neste caso, \vec{g} é paralelo a \vec{s} e $\vec{\omega}$ é perpendicular a \vec{r} , ou seja, $m\vec{g} \cdot \vec{s} = -mgs$ e $v = \omega r$, então obtemos

$$E = -mgs(t) + \frac{1}{2} \left(m + \frac{I_z}{r^2} \right) v(t)^2. \quad (5.1)$$

Uma vez que a energia total E é constante no tempo, a derivação da Eq.(5.1) nos leva a

$$0 = -mgv(t) + \left(m + I_z / r^2 \right) v(t) a(t),$$

onde as condições iniciais são $s(0) = v(0) = 0$.

A velocidade e a posição são dadas por

$$s(t) = \frac{1}{2} \frac{mg}{m + \frac{I_z}{r^2}} t^2, \quad (5.2)$$

$$v(t) \equiv \frac{ds}{dt} = \frac{mg}{m + \frac{I_z}{r^2}} t. \quad (5.3)$$

Nesta experiência a massa do disco de Maxwell é $m \simeq 0.436$ kg e o raio r do eixo é $r \simeq 2.5$ mm. Adote como nível de referência para a energia potencial gravitacional, o centro do disco quando este se encontra travado no dispositivo de liberação.

5.4 PARTE EXPERIMENTAL

MATERIAL NECESSÁRIO

- 1 disco de Maxwell
- 1 barreira de luz com cronômetro digital
- 1 régua milimetrada da 1000mm com 2 cursores
- 1 dispositivo de liberação
- 2 haste quadrada
- 2 grampo duplo
- 1 suporte de base
- 4 corda de conexão

A montagem experimental é como mostra na Fig.5.1.



Figura 5.1: Montagem experimental para a investigação de conservação de energia, usando o disco de Maxwell.

PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

1. Usando o disco de Maxwell desenrolado, fixe o centro do mesmo como o ponto final.

2. Fixe outro ponto (por exemplo 200 mm), anote esta distância e obtenha o tempo que o disco percorre a mesma¹. Repita esta medida 3 vezes e tire uma média.
3. Em seguida para o cálculo da velocidade instantânea, obtenha o tempo de passagem do cilindro vermelho do disco no ponto final². Repita esta medida 3 vezes e tire uma média.
4. Repita este procedimento para as alturas de: 300, 400, 500 e 600 mm.

TRATAMENTO DE DADOS

1. Calcule a velocidade instantânea do cilindro vermelho.
2. Construa uma tabela com seus resultados (tempo, altura e velocidade instantânea) usando o Sistema Internacional, tabela 1.
3. Através de um programa gráfico, construa em escala logarítmica: $s = f(t)$ e $v = f(t)$.
4. Use a regressão linear e obtenha as funções espaço \times tempo e velocidade \times tempo.
5. Verifique se as funções obtidas coincidem com as funções esperadas teoricamente.
6. Através da função obtida espaço \times tempo, compare com a equação teórica (5.2) e obtenha o momento de inércia do disco ao redor de seu eixo de rotação. Adote $g = 9,8$ m/s².
7. Construa uma tabela com: t , $|E_P|$, E_T e E_R , tabela 2.
8. Construa os gráficos, em escala logarítmica: $|E_P| = f(t)$, $E_T = f(t)$ e $E_R = f(t)$.

¹Para determinar o tempo de desenrolamento, engate o disco de Maxwell no dispositivo de liberação, que se encontra no suporte com base, em seguida destrave este dispositivo e marque o tempo usando o 3º comando do cronômetro digital. O dispositivo de liberação deve ser travado logo após a liberação do disco, de maneira que o cronômetro seja capaz de finalizar sua contagem.

²Para determinar a velocidade instantânea, é necessário conhecer o período da escuridão, Δt , do cilindro vermelho na barreira de luz, para isso, use o 2º comando do cronômetro digital. Se o ponto inicial está no centro do disco, então o espaço ΔS , que fica na escuridão, é $2r_v$, onde $r_v = 10,35$ mm, então: $v \cong \frac{2r_v}{\Delta t}$.

QUESTÕES

1. Analise esses gráficos e verifique como está ocorrendo a transferência de energia neste sistema.³
2. A energia potencial se transforma mais em energia cinética de rotação ou rotação.
3. Um corpo em rotação tem o momento de inércia, o que você entendeu, do que é esta grandeza?

³Lembre que energia potencial está se transformando em energia cinética. A energia cinética está dividida em duas partes (translacional e rotacional). Com seus dados experimentais, verifique se isto está acontecendo.